

# ELEKTRISCHE NACHRICHTEN-TECHNIK

Unter Mitwirkung von: G. Graf v. Arco, H. Barkhausen, F. Breisig, K. Dohmen, A. Elfes, E. Falkenthal, E. Feyerabend, A. Franke, W. Hahnemann, J. Harbich, R. Hartz, H. Hecht, C. Hersen, K. Höpfner, A. Korn, A. Kruckow, A. Kunert, F. Lüschen, W. Ohnesorge, M. Reich, O. Reichenheim, H. Rukop, O. Scheller, W. Stäckel, H. C. Steidle, H. Thurn, K. Winnig, G. Zapf und J. Zenneck / Herausgegeben von K. W. Wagner / Schriftleiter: F. Moench und H. Salinger / Verlag von Julius Springer in Berlin W 9

H E F T 1 1

N o v e m b e r 1 9 3 0

\* B A N D 7

## Über die Frequenz der Barkhausenschwingungen.

Von H. G. Möller, Hamburg.

Die ursprünglich von Barkhausen aufgestellte Formel für die Frequenz der von ihm entdeckten Schwingungen ging von der Vorstellung aus, daß die Schwingungsdauer gleich der gesamten Fallzeit der Elektronen von der Kathode durch das Gitter zur Anode und wieder zurück sei. In dieser Arbeit wird diese Grundvorstellung durchaus aufrechterhalten werden. Barkhausen legte seinerzeit seiner Berechnung die einfache Annahme zugrunde, daß die elektrischen Felder im wesentlichen durch die Ladungen auf den Elektroden bedingt seien und daß man den Einfluß der Raumladungen vernachlässigen könne. Außerdem setzte er als Elektrodenpotentiale in erster Annäherung die angelegten Gleichspannungen ein.

Es soll in dieser Arbeit gezeigt werden, daß man auf Grund der alten Barkhausenschen Vorstellungen zu der richtigen Veränderung der Frequenz mit der Heizung, der Schwingungsamplitude und der Abstimmung des an die Röhre angeschlossenen Systems kommt, wenn man die genannten Vernachlässigungen aufgibt. Die Korrektur der alten Barkhausenschen Anschauungen erfolgt dabei auf Grund der in zwei früheren Arbeiten<sup>1)</sup> entwickelten Anschauungen über den Mechanismus der Bremsfeldschwingungen.

Einleitend sollen die in den früheren Arbeiten entwickelten Anschauungen in einigen kurzen Sätzen rekapituliert werden. In einem 1. Teil soll dann der Einfluß des Emissionsstromes bzw. der Heizung, der Einfluß der Amplitude und der des angekoppelten Schwingungskreises quali-

tativ erläutert und in einem 2. Teil diese Einflüsse mathematisch formuliert und quantitativ mit Versuchen verglichen werden.

### Einleitung.

#### Zusammenfassung der Resultate der früheren Arbeiten.

1. In gleichen Zeitabständen vom Glühdrahte abfliegende und gleiche Pendelungen ausführende Elektronen führen zu einem stationären Strömungs- und Raumladungszustand, der keine Barkhausenschwingungen erregen kann. Wir müssen zunächst den Mechanismus kennen, nach dem sich die Elektronen „zu gemeinsamem Tanze ordnen“.

2. Der Grundgedanke der Theorie ist der bei Selbsterregungsproblemen übliche. Wir nehmen eine Ausgangsschwingung an, berechnen die durch sie veranlaßte Veränderung in der Elektronenbewegung und überlegen, ob die veränderte Elektronenbewegung geeignet ist, die Ausgangsschwingung aufrechtzuerhalten oder anzufachen.

3. Von den vielen möglichen Ausgangsschwingungen wurde als einfachste und die Verhältnisse am besten wiedergebende folgende ausgewählt:

$$\text{Kathodenpotential } \varphi_k = \dots \frac{\Pi}{2} \cos \omega t,$$

$$\text{Anodenpotential } \varphi_a = + \frac{\Pi}{2} \cos \omega t,$$

$$\text{Gitterpotential zeitlich konstant } \varphi_g = U_g.$$

Die Röhre soll der Einfachheit halber aus ebenem Glühblech, Gitter und Anode bestehen (Abb. 1).

4. Die Veränderung der Elektronenbewegung durch diese Anfangsschwingung besteht darin, daß die im Zeitpunkt 1 den Glühdraht verlassenden

<sup>1)</sup> Jahrb. f. drahtl. Tel. 34, S. 201, und ENT 7, S. 293 bis 306, 1930.

den Elektronen angefacht, die den Glühdraht im Zeitpunkt 2 verlassenden Elektronen gebremst werden. Vgl. Abb. 2.  $\delta x$  (Zeile 3 der Abb. 2) ist die Veränderung der Amplitude der Elektronen nach einer Pendelung.

5a. Anodenaussortierung: Ist die Anodenspannung gleich Null, so werden im schwingungslosen

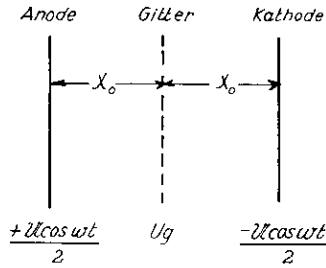


Abb. 1.

Zustande die Elektronen dicht vor der Anode umkehren. Sind Schwingungen vorhanden, so werden die angefachten Elektronen auf die Anode gelangen und „aussortiert“ werden, die abgebremsten hingegen unter Hergabe ihrer Schwingungsenergie so lange pendeln, bis sie im Gitter zum Stillstande kommen und auf das Gitter fliegen.

5b. Phasenaussortierung: Ist die Anode negativ, so fliegen keine Elektronen auf die Anode, solange die Schwingungen noch nicht sehr stark geworden sind. Die angefachten Elektronen haben eine ihrer größeren Fallhöhe entsprechende

größere Fallzeit, die gebremsten Elektronen eine kürzere Fallzeit (Fallzeitdifferenz  $\delta T \sim \delta x$ ). Wie Abb. 3 zeigt, ballen sich die Elektronen nach jeder Schwingung im Zeitpunkt 3 immer mehr zusammen, während sie sich im Zeitpunkt 4 verdünnen.

6. Bei jeder einzelnen Schwingung entsteht eine neue Teilwolke. Die Amplitude der Teilwolken nimmt bei jeder Schwingung infolge der Energie-lieferung an das angeschlossene Schwingungs-system (Schwingungskreis, Lechersystem, Antenne) ab; ebenso nimmt ihre Dichte infolge der Absorption der Elektronen im Gitter bei jeder Schwingung ab.

7. Wenn die Elektroden durch ideale Drosseln abgeriegelt wären, würden diese zusammen-

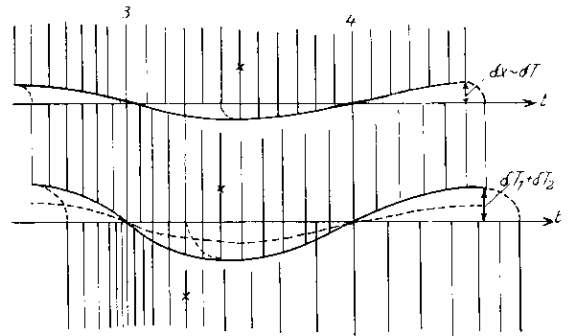


Abb. 3.

geballten, schwingenden Wolken eine Leerlaufspannung  $u^*$  erregen, welche der Ausgangsspannung  $u_a = U \cos \omega t$  proportional ist.

Dieser Proportionalitätsfaktor, der sogenannte „Anregungsfaktor“, wurde zu

$$D = D_0 \left[ \frac{1}{1 - \beta} - \Delta U \right]$$

berechnet, wobei

bei Phasenaussortierung  $D_0 = \frac{\pi^4 J_0 x_0}{2 \omega U_g}$ ,

„ Anodenaussortierung  $D_0 = \frac{i \pi^3 J_0 x_0}{\omega u_h}$

einzusetzen ist.

8. Die Zusammenarbeit der Röhre mit einem angeschlossenen Kreise mit dem komplexen Widerstande  $\mathfrak{R}$  regelt die Gleichung:

$$D = 1 + \frac{1}{i \omega C \mathfrak{R}}$$

entstanden aus:

$$u_a = u^* + \frac{J}{i \omega C} = - J \mathfrak{R}; u^* = D u_a.$$

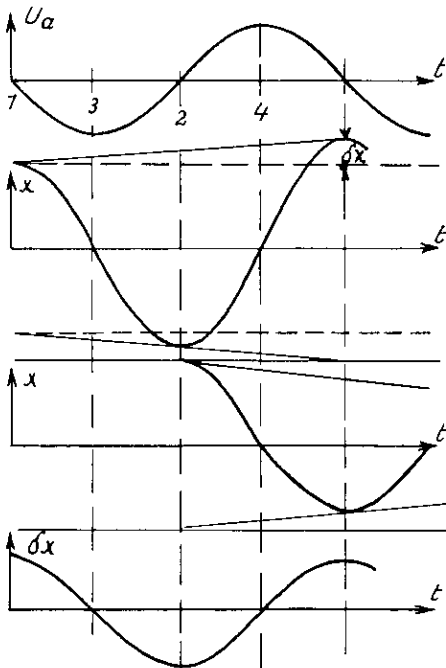


Abb. 2.

## I. Qualitative Darstellung der Theorie.

### A. Einfluß der Heizung auf die Frequenz.

Die in der früheren Arbeit abgeleitete Barkhausensche Frequenzformel

$$\omega^2 = \frac{2 \varepsilon U_g}{m x_0^2}; \lambda \sim x_0$$

fußt auf der Vorstellung, daß die elektrischen Felder in der Röhre nur von den Ladungen auf den Elektroden herrühren und daß die Elektronen eine Pendelung um die volle Amplitude  $x_0$  ausführen. Die einfachen Annahmen müssen beide korrigiert werden.

Aus der Arbeit von Below<sup>2)</sup> über die Doppeltgitterröhren wissen wir, daß die Elektronen aus ihrer radialen Bahn durch die Gitterdrähte abgelenkt werden. Ein Teil der Fallenergie  $\varepsilon U_g$  wird in die kinetische Energie dieser seitlichen

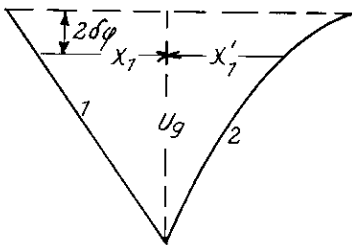


Abb. 4.

Bewegung verwandelt, welche z. B. bei Spiralgittern parallel zum Glühdraht verläuft. Diesen Energieanteil — nennen wir ihn  $\varepsilon \delta \varphi$  — können wir messen, wenn wir die Anodenspannung so lange steigern, bis der maximale Anodenstrom fließt.  $\delta \varphi$  soll proportional  $U_g$  sein. Ist diese Proportionalität nicht erfüllt, so liegt meist eine Störung durch Anodensekundärelektronen vor. Auf dem Rückwege der Elektronen von der Anode zum Glühdraht findet eine weitere Ablenkung der Elektronen statt, so daß man näherungsweise sagen kann, daß die Elektronen das Glühdrahtpotential bis auf den Betrag  $2 \delta \varphi$  erreichen.

Wir wollen, wie in der früheren Arbeit, wieder eine ebene Anordnung der Röhre annehmen. Ohne Raumladung würde dann der Potentialverlauf in der Röhre ein geradliniger sein, wie er in Abb. 4 durch die Gerade 1 dargestellt ist. Die Elektronen würden dann mit einer Ampli-

tude  $x_1$  pendeln. Bei starker Heizung und folglich erheblicher Emission des Fadens bildet sich aber eine starke Raumladung aus. Der Potentialverlauf hat dann etwa die Gestalt der Kurve 2. Die Elektronenamplitude verringert sich, wie ebenfalls Abb. 4 zeigt, auf den Wert  $x_1'$ . Da nach der Barkhausenschen Frequenzformel die Wellenlängen den Amplituden proportional sind, gilt für die Wellenlängen die Beziehung:

$$\frac{\lambda}{\lambda_0} = \frac{x_1'}{x_1} \quad \text{oder} \quad \frac{\delta \lambda}{\lambda_0} = \frac{x_1 - x_1'}{x_1}$$

Bei der Berechnung der Potentialverteilung unter Berücksichtigung der Raumladung müssen wir den gesamten Elektronenstrom in den Formeln einsetzen, der sich aus den verschiedenen Einzelwolken zusammensetzt. Hierzu müssen wir noch die Gitterabsorption kennen. Um sie zu messen, müssen wir nur dafür sorgen, daß Elektronen, die das Gitter einmal durchflogen haben, nicht vor der Anode umkehren. Wir müssen die Anodenspannung so lange steigern, bis der Maximalanodenstrom fließt. Der dann fließende Anodenstrom, dividiert durch den Emissionsstrom, ist ein geeignetes Maß für die Gitterdurchlässigkeit  $\beta$ . Der gesamte, die Raumladung bildende Strom ist dann

$$J_s (1 + \beta + \beta^2 + \beta^3 + \dots) \quad \text{oder} \quad J_s \frac{1}{1 - \beta}$$

### B. Einfluß der Amplitude auf die Frequenz.

Die Elektronen liefern in den angeschlossenen Schwingungskreis Energie auf Kosten ihrer Schwingungsenergie, ihre Amplitude verringert sich. Nach der Barkhausenschen Frequenzgleichung muß damit auch die Wellenlänge fallen. Wenn die Elektronen alle frei schwingen, würde in der Röhre ein ganzes Frequenzspektrum auftreten. Die Elektronen werden aber von der resultierenden Schwingung mitgenommen. Dabei werden die Elektronen mit großer Amplitude, die eigentlich langsamer schwingen möchten, in der Phase nacheilen, die mit kleinerer Amplitude, die rascher schwingen möchten, in der Phase voreilen. Der „Anregungsfaktor“ wird sich also jetzt aus phasenverschobenen Teilen zusammensetzen. Der Anschluß eines im wesentlichen induktiven Schwingungskreises verlangt aber z. B. bei Phasenaussortierung einen reellen Anregungsfaktor (vgl. Einleitung, Punkt 8). Die resultierende Frequenz wird sich so einstellen müssen,

<sup>2)</sup> siehe: H. G. Möller: Die Elektronenröhren. 3. Auflage, Fr. Vieweg & Sohn A. G., Braunschweig, S. 211—223.

daß der Anregungsfaktor reell wird. (Prinzip der Phasenbilanz.)

Rein überlegungsmäßig kann man aus dieser Vorstellung folgenden Schluß ziehen, der sich experimentell leicht prüfen läßt:

Wenn die Röhre an das Lechersystem wenig Leistung abgibt, behalten die Elektronen ihre große Amplitude bei, bis sie vom Gitter absorbiert sind. Der großen Elektronenamplitude entsprechend ist dann die Wellenlänge verhältnismäßig lang. Entziehe ich aber, z. B. durch ein fest angekoppeltes Thermoelement, der Röhre viel Energie, so erreichen die Einzelwolken eine kleinere Amplitude und damit kleinere Eigenfrequenzen, bevor sie vom Gitter absorbiert sind. Die resultierende Frequenz wird kleiner.

C. Einfluß der Abstimmung des an die Röhre angeschlossenen Schwingungskreises auf die Frequenz.

Stellt z. B. bei Phasenausortierung das angeschlossene Lechersystem einen rein induktiven Widerstand dar, so wird die Röhre mit einem rein reellen Anregungsfaktor schwingen, wie aus Punkt 8 der Einleitung hervorgeht.

Die Frequenz gleicht dann der Eigenfrequenz bzw. der resultierenden Eigenfrequenz der Elektronen. Stimmen wir aber den aus Lechersystem und Röhrenkapazität bestehenden Schwingungskreis immer mehr und mehr auf die Elektroneneigenfrequenz ab, so wird der Anregungsfaktor immer stärker komplex und schließlich rein imaginär. Um die Phasenbilanz zu erfüllen, müssen die Elektronen der Anodenspannung immer mehr nachhaken. Zu diesem Zwecke muß sich eine resultierende Frequenz einstellen, die höher ist als die Elektroneneigenfrequenz. Wir erhalten die bekannte Erscheinung, die man als Gill-Morellschwingungen bezeichnet hat, die aber ihrer Natur nach auch nichts anderes als Barkhausenschwingungen sind.

## II. Rechnerische Durchführung des Gedankenganges.

### A. Die Abhängigkeit der Frequenz vom Heizstrom.

Unser Programm lautete: a) Berechnung der Raumladungsdichte unter der Annahme kleiner Schwingungsamplituden im Lechersystem. b) Berechnung der Potentialverteilung unter Berücksichtigung dieser Raumladungsdichte. c) Da  $2\delta\varphi$  verhältnismäßig klein ist, können wir die  $\varphi$ - $x$ -Kurve durch die Anfangstangente ersetzen; durch diese Vereinfachung werden wir bei starken Raumladungen einen zu niedrigen Verlauf der Potentialkurve einsetzen und etwas zu niedrige Wellenlängen erhalten. d) Ermittlung der  $x_1'$ -Werte nach Abb. 4 und Berechnung der Wellenlängen nach der Barkhausenschen Frequenzformel.

Durchführung des Programms: Wir können die auf Seite 181 in H. G. Möller, Elektronenröhren, 3. Auflage, aufgestellten Grundgleichungen ohne weiteres übertragen, wenn wir nur für  $i_a$  den Gesamtstrom einsetzen. Wir hatten ihn zu  $J = J_s \frac{1}{1-\beta}$  berechnet. Die Raumladungsdichte  $\rho$  ist dann  $\frac{J}{v}$ , wenn  $v$  die Geschwindigkeit der Elektronen ist.

Zur Berechnung der Potentialverteilung steht uns dann die Differentialgleichung

$$\frac{d^2 \varphi}{dx^2} = \frac{4\pi J}{\sqrt{2} \epsilon} \cdot \frac{1}{\sqrt{\varphi}} = \frac{C}{\sqrt{\varphi}}; \quad C = \frac{4\pi J_s}{(1-\beta) \sqrt{2} \frac{\epsilon}{m}}$$

zur Verfügung. Wir multiplizieren sie zunächst

mit  $\varphi' = \frac{d\varphi}{dx}$  und erhalten als 1. Integral aus

$$\varphi' \varphi'' = \frac{C \varphi'}{\sqrt{\varphi}}; \quad \varphi'^2 = 2C \sqrt{\varphi} + \frac{k^2}{2}; \quad \varphi' = \sqrt{4C \sqrt{\varphi} + k^2}.$$

Die Integrationskonstante  $k$  ist die Anfangssteilheit der Potentialkurve, welche wir im Punkt c unseres Programms benutzen wollen. Das 2. Integral ergibt  $x$  als Funktion von  $\varphi$

$$x - x_0 = \int \frac{d\varphi}{\sqrt{4C \sqrt{\varphi} + k^2}}.$$

Zur Ausrechnung des Integrales substituieren wir  $4C \sqrt{\varphi} + k^2 = y$  und erhalten:

$$x - x_0 = \int \frac{dy}{8C^2} \frac{y - k^2}{\sqrt{y}} = \frac{1}{12C^2} \sqrt{y} [y - 3k^2],$$

oder

$$x - x_0 = \frac{1}{12C^2} \sqrt{4C \sqrt{\varphi} + k^2} [4C \sqrt{\varphi} - 2k^2].$$

Arbeiten wir im Raumladungsgebiet mit einem Potentialminimum dicht am Glühdrahte, so haben wir in der Formel  $k = 0$  einzusetzen und kommen

zur gewöhnlichen Langmuirschen Raumladungsforniel:

$$x - x_0 = \frac{\varphi^{3/2} \sqrt{2 \epsilon}}{\sqrt{9 \pi J m}}$$

oder mit  $x_0 = 0$  (aus  $x = 0$ , wenn  $\varphi = 0$  folgend):

$$J = \frac{\varphi^{3/2} \sqrt{2 \epsilon}}{9 \pi x^2 m}$$

Andernfalls können wir bei kleinem  $c$  die Wurzel in eine Potenzreihe entwickeln und erhalten:

$$\begin{aligned} (x - x_0) &= \frac{k}{12 C^2} \left[ 4 C \sqrt{\varphi} - 2 k^2 \left( 1 + \frac{2 C \sqrt{\varphi}}{k^2} - \frac{2 C^2 \varphi}{k^4} \right) \right] \\ &= \frac{k}{12 C^2} \left[ -2 k^2 + \left( 4 C \sqrt{\varphi} - \frac{2 k^2 2 C \sqrt{\varphi}}{k^2} + \frac{8 C^2 \varphi}{k^2} - \frac{4 C^2 \varphi k^2}{k^4} \right) \right] \\ &= -\frac{2 k^3}{12 C^2} + \frac{\varphi}{k} \end{aligned}$$

Aus  $\varphi = 0$  für  $x = 0$  folgt:

$$x_0 = -\frac{k^3}{6 C^2} \text{ und } \frac{\varphi}{x} = k.$$

Unsere Formel enthält also auch den raumladungsfreien Fall als Spezialfall. Die gesuchte Formel für den Potentialverlauf im Sättigungsgebiet (in dem aber die Raumladung noch keineswegs verschwindet) erhält man durch Fortsetzung der Potenzentwicklung:

$$\begin{aligned} (x - x_0) &= \frac{k}{12 C^2} \left[ 4 C \sqrt{\varphi} - 2 k^2 \left( 1 - \frac{2 C \sqrt{\varphi}}{k^2} + \frac{2 C^2 \varphi}{k^4} + \frac{4 C^3 \varphi^{3/2}}{k^6} \right) \right] \\ &= \frac{k}{12 C^2} \left[ -2 k^2 + \frac{12 C^2 \varphi}{k^2} - \frac{16 C^3 \varphi^{3/2}}{k^4} \right] \\ &= -\frac{k^3}{6 C^2} + \frac{\varphi}{k} - \frac{4 C \varphi^{3/2}}{3 k^3}; \quad x = \frac{\varphi}{k} - \frac{4 C \varphi^{3/2}}{3 k^3} \end{aligned}$$

Die Anfangsbedingung  $\varphi = 0$  für  $x = 0$  führt zu:

$x_0 = \frac{k^3}{6 C^2}$ . Die 2. Anfangsbedingung:  $\varphi = U_g$  für  $x = x_0$  läßt  $k$  berechnen: Da uns die Abweichungen des Wertes  $\frac{1}{k}$  von  $\frac{1}{k_0}$  interessieren, setzen wir:

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{k_0} (1 + \delta); \quad \frac{1}{k_0} = \frac{x_0}{U_g}; \quad \frac{1}{k^3} = \frac{1}{k_0^3} (1 + 3 \delta).$$

Wenn wir den Ausdruck  $\frac{4 C x_0^2}{3 U_g^{3/2}}$  mit  $X$  abkürzen,

so führt die 2. Anfangsbedingung nach Division mit  $x_0$  zu folgender Gleichung für  $\delta$ :

$$1 = \frac{U_g (1 + \delta)}{x_0 k_0} - X (1 + 3 \delta)$$

oder  $\delta - X (1 + 3 \delta) = 0$ , da  $\frac{U_g}{x_0 k_0} = 1$ .

Aus dieser Gleichung berechnet sich  $\delta$  zu:

$$\delta = \frac{X}{1 - 3 X}$$

Aus Abb. 4 ist abzulesen:

$$x - x_1' = x_0 \delta \frac{2 \delta \varphi}{U_g}$$

Es berechnet sich schließlich:

$$\frac{\delta \lambda}{\lambda_0} = \frac{x_1 - x_1'}{x_1} = \frac{x_0 \delta \frac{2 \delta \varphi}{U_g}}{\frac{x_0}{U_g} - 2 \delta \varphi} = \frac{\delta}{2 \delta \varphi - 1}$$

Zahlenbeispiel und Vergleich mit den Messungen. Die Messungen wurden von Herrn Helmholz an einer selbstgebauten Röhre ausgeführt. Es war die Anodenlänge  $l = 3$  cm, der

Anodenradius 6 mm. Dieser Röhre würde eine Röhre mit ebener Anordnung der Elektroden von folgenden Ausmaßen entsprechen:  $x_0 = 3$  mm, Anodenfläche =  $3 \cdot 2 \pi \cdot 0,3$  cm<sup>2</sup>.  $\delta \varphi$  wurde nach dem oben geschilderten Meßverfahren zu etwa

5 Volt,  $\beta$  zu 0,7 bestimmt, so daß  $\frac{1}{1 - \beta}$  etwa

den Wert 3 bekommt. Die Anodenspannung  $U_g$  war 100 Volt. Bezeichnen wir mit  $J_s$  den aus Gitter- und Anodenstrom zusammengesetzten Emissionsstrom, so berechnet sich für  $J_s = 10$  mA =  $3 \cdot 10^7$  cgs elst der mit  $X$  abgekürzte Wert zu:

$$X = \frac{4 \cdot 4 \pi J_s x_0^2}{3 \cdot 2 \pi x_0 l U_g} \frac{1}{\beta} \sqrt{\frac{2 \varepsilon U_g}{m}}$$

$$= \frac{4 \cdot 4 \pi \cdot 3 \cdot 10^7 \cdot 0,3^2 \cdot 3}{3 \cdot 2 \pi \cdot 0,3 \cdot 3 \cdot 6 \cdot 10^8 \cdot 1/3} = 0,12.$$

Hierin ist nach H. G. Möller, Elektronenröhren,

Seite 208, für  $\sqrt{\frac{2 \varepsilon}{m}} 100 \text{ V } v = 6 \cdot 10^8 \text{ cm/s}$  eingesetzt. Da im elektrostatischen Maßsystem gerechnet wurde, ist für 100 Volt  $1/3$  cgs eingesetzt.

$\lambda_0$  wurde so gewählt, daß die berechnete Kurve durch den Punkt 1 der Abb. 5 geht. Würde man

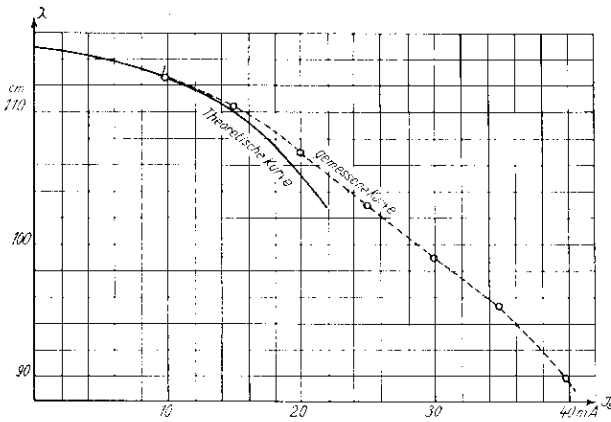


Abb. 5.

$\lambda_0$  nach der für die ebene Ersatzröhre geltenden Barkhausenschen Frequenzformel berechnen, so würde man 94 cm statt 115 cm für die Wellenlänge finden. Der Umstand, daß der Unterschied der Wellenlänge für die zylindrische Röhre und für die ebene Ersatzröhre nicht größer ist, zeigt, daß die an der Ersatzröhre angestellten Betrachtungen als angenäherte Theorie tatsächlich brauchbar sind. Mit den genannten Zahlenwerten wurde die ausgezogene „theoretische Kurve“ für die Abhängigkeit der Wellenlänge von der Heizung berechnet. Die von meinem Mitarbeiter Herrn Helmholtz gemessenen Werte liegen auf der dünnen „gemessenen Kurve“. Die theoretische Kurve weicht, wie zu erwarten, bei höheren Raumladungen von der gemessenen nach unten ab. Würde man die Rechnung streng durchführen, so würde man sogar eine Abweichung nach oben feststellen können. Das ist zu erwarten, da mit wachsendem Strom auch die Amplitude wächst, und mit wachsender Amplitude die Wellenlänge

fällt, wie im folgenden Abschnitt berechnet werden soll.

## B. Einfluß der Amplitude auf die Frequenz.

Wir wollen uns in diesem Abschnitt wieder auf die wichtigere Phasenausortierung beschränken.

1. Wenn das Lechersystem völlig ungedämpft wäre, so würde es eine reine Selbstinduktion  $L$  darstellen. Die Anregungsgleichung lautete dann:

$$D = 1 - \frac{1}{\omega^2 C L}$$

Die Amplitude der zusammengeballten Wolke wird nicht verändert. Wenn man von der unter A. berechneten Einwirkung der Raumladung absieht, wird sich die Barkhausensche Frequenz einstellen.

2. Wenn das Lechersystem gedämpft ist, so tritt zu der der Abb. 3 zugrunde gelegten Anodenspannung noch ein um  $90^\circ$  phasenverschobenes Glied, welches die zusammengeballte Wolke bremst und auf diese Weise dem Lechersystem Energie zuführt. Wir haben es dann nicht mehr mit Teilwolken von konstanter Amplitude  $x_0$ , sondern mit abnehmenden Amplituden  $x_0, x_0 - \delta x, x_0 - 2\delta x$  usw. zu tun.

3. Für die Abnahme der Amplitude von  $x$  ist, wie wir erkennen, nicht die Spannungsamplitude an der Röhre selbst, sondern nur ihre Wirkkomponente wesentlich. In der Überschrift dieses Abschnittes hätte also für „Amplitude“ genauer „Wirkkomponente der Amplitude“ zu stehen.

4. Die Eigenfrequenz der Teilwolken sinkt. Wir führen eine mittlere Eigenfrequenz  $\omega_0$  ein, welche von der resultierenden Frequenz  $\omega$  um  $\delta \omega$  abweicht, und haben zunächst die Phasenverschiebung dieser Teilwolke zu berechnen. Wir verfahren dabei ähnlich wie in der 2. Arbeit. Die Ausgangsgleichung lautet wieder:

$$m x'' + \varepsilon x = U \cos(\omega t + \chi).$$

Führen wir  $\omega_0^2 = \varepsilon/m$  und  $A = U/m$  ein, so wird

$$x'' + \omega_0^2 x = A \cos(\omega t + \chi).$$

Wir lösen die Gleichung durch den Ansatz:

$$x = x_1 \cos(\omega_0 t + \varphi) + B \cos(\omega t + \chi),$$

worin

$$B = \frac{A}{\omega_0^2 - \omega^2} = \frac{A}{2\omega\delta\omega + \delta\omega^2} \approx \frac{A}{2\omega\delta\omega};$$

$$\omega_0 = \omega \div \delta\omega.$$

Die Grenzbedingungen (für  $t=0$  ist  $x=x_0$  und  $x'=0$ ) führen zur Berechnung von  $x_1$  und  $\varphi$  aus den beiden Gleichungen:

$$x_0 = x_1 \cos \varphi + A \cos \chi;$$

$$0 = x_1 \sin \varphi + A \frac{\omega}{\omega_0} \sin \chi \approx x_1 \sin \varphi + A \sin \chi.$$

Da die Schwingungsdauer  $T = \frac{2\pi}{\omega}$ , erhält man

für  $x_T$ , den Wert von  $x$  nach einer Schwingung:

$$\begin{aligned} x_T &= x_1 \cos \left( \frac{2\pi \omega_0}{\omega} + \varphi \right) + A \cos \chi \\ &= x_1 \cos \varphi \cos \frac{2\pi \delta \omega}{\omega} - x_1 \sin \varphi \sin \frac{2\pi \delta \omega}{\omega} \\ &\quad + A \cos \chi. \end{aligned}$$

Setzt man in erster Annäherung  $\cos \frac{2\pi \delta \omega}{\omega} = 1$

und  $\sin \frac{2\pi \delta \omega}{\omega} = \frac{2\pi \delta \omega}{\omega}$ , so erhält man:

$$\begin{aligned} x_T &= x_1 \cos \varphi + A \cos \chi - x_1 \sin \varphi \frac{2\pi \delta \omega}{\omega} \\ &= x_0 + A \sin \chi \frac{2\pi \delta \omega}{\omega}. \end{aligned}$$

$x_T$  hat ein Minimum bei  $\chi = 90^\circ$ . Wir erhalten das in der Einleitung rekapitulierte Resultat der früheren Arbeit wieder.

Setzen wir in 2. Näherung

$$\cos \frac{2\pi \delta \omega}{\omega} = 1 - \frac{1}{2} \left( \frac{2\pi \delta \omega}{\omega} \right)^2,$$

so erhalten wir:

$$\begin{aligned} x_T &= A \sin \chi \frac{2\pi \delta \omega}{\omega} + A \cos \chi \frac{1}{2} \left( \frac{2\pi \delta \omega}{\omega} \right)^2 - x_0 \left( \frac{2\pi \delta \omega}{\omega} \right)^2 \\ &= A \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{2\pi \delta \omega}{\omega} \right)^2 + \frac{1}{4} \left( \frac{2\pi \delta \omega}{\omega} \right)^4 \right] \sin \left( \chi + \arctg \frac{1}{2} \frac{2\pi \delta \omega}{\omega} \right) - x_0 \left( \frac{2\pi \delta \omega}{\omega} \right)^2. \end{aligned}$$

Das Maximum liegt jetzt bei

$$\chi = 90^\circ - \arctg \left( \frac{1}{2} \frac{2\pi \delta \omega}{\omega} \right).$$

Wenn  $\delta \omega$  positiv ist, die Eigenfrequenz  $\omega_0$  der Elektronen also höher als die sich einstellende Frequenz, so eilt die Erregung um den Phasenwinkel  $\varphi = \arctg \frac{\pi \delta \omega}{\omega}$  vor. Dieser Phasenwinkel wächst proportional mit der Zahl der ausgeführten Pendelungen  $n$ :  $\varphi \approx \frac{n \pi \delta \omega}{\omega}$ .

Für den Anteil der  $n$ . Wolke am Anregungsfaktor wäre dann:

$$D \beta^n (1 - n \Delta) e^{i \frac{n \pi \delta \omega}{\omega}}$$

zu schreiben, wobei  $\Delta = \delta x/x_0$ .

5. Nach dem Prinzip der Phasenbilanz soll der gesamte Anregungsfaktor reell oder die Summe der imaginären Teile der Anregungsfaktoren der Einzelwolken gleich Null sein. Wir werden also eine resultierende Frequenz  $\omega$  annehmen, für diese den imaginären Teil des Gesamtanregungsfaktors berechnen und schließlich  $\omega$  so zu bestimmen haben, daß dieser imaginäre Teil Null wird.  $\omega_1$  sei die Elektroneneigenfrequenz bei der ersten Pendelung.

6. Ausführung der Berechnung. Wir stellen in einer Tabelle [s. S. 418] die Nummer  $n$  der Teilwolke, ihre Frequenz

$$\omega_n = \omega_1 \left( 1 + n \frac{\delta x}{x_0} \right) = \omega_1 (1 + n \Delta); \quad \Delta = \frac{\delta x}{x_0},$$

ihre Frequenzabweichung  $\delta \omega_n$ , ihre mittlere Frequenzabweichung  $\bar{\delta \omega}_n$  und ihre Phasenverschiebung  $\varphi_n = n \pi \frac{\bar{\delta \omega}}{\omega_1}$  zusammen. Die letzte Spalte enthält schließlich den imaginären Teil der Erregung:

$$i D_2 = i D_0 \beta^n (1 - n \Delta) \varphi_n (e^{i \varphi_n} \approx i \varphi_n!)$$

Die Bedingung, daß der imaginäre Teil der Gesamterregung Null sein soll, liefert dann die

Gleichung zur Berechnung der resultierenden Frequenz:

Imag. Teil von  $D$

$$= D_0 \sum_0^{\infty} n \beta^n (1 - n \Delta) (n + 1) \pi \left( \frac{\delta \omega}{\omega_1} + \frac{n \Delta}{2} \right) = 0$$

oder

$$\begin{aligned} \frac{\delta \omega}{\omega_1} &= \frac{\sum_0^{\infty} n \beta^n (1 - n \Delta) (n + 1) n \Delta / 2}{\sum_0^{\infty} n \beta^n (1 - n \Delta) (n + 1)} \end{aligned}$$

Zur Berechnung der Summen schreiben wir:

$$\Sigma n \beta^n = \Sigma \beta \frac{d \beta^n}{d \beta} = \beta \frac{d}{d \beta} \Sigma \beta^n = \beta \frac{d}{d \beta} \frac{1}{1 - \beta}$$

$$= \frac{\beta}{(1 - \beta)^2}$$

$$\Sigma n^2 \beta^n = \Sigma \beta \frac{d}{d \beta} \beta \frac{d}{d \beta} \beta^n = \beta \frac{d}{d \beta} \beta \frac{d}{d \beta} \frac{1}{1 - \beta}$$

$$= \frac{\beta(1 + \beta)}{(1 - \beta)^3}$$

$$\Sigma n^3 \beta^n = \Sigma \beta \frac{d}{d \beta} \beta \frac{d}{d \beta} \beta \frac{d}{d \beta} \beta^n = \frac{\beta(\beta^2 + 4\beta + 1)}{(1 - \beta)^4}$$

Setzen wir die Werte ein, erhalten wir schließlich:

$$\delta \omega = \beta \Delta \frac{1 - \Delta \frac{2\beta + 1}{1 - \beta}}{1 - \beta}$$

$$\omega_1 = \frac{\beta \Delta}{1 - \beta} \frac{2\beta}{1 - \Delta \frac{2\beta}{1 - \beta}}$$

auf an, die Phasenverschiebung des Wertes:  $1 + \frac{1}{i \omega C \mathfrak{R}}$  zu berechnen, wenn  $\mathfrak{R}$  der Widerstand eines Lechersystems mit der Selbstinduktion pro cm  $L$ , dem Widerstand pro cm  $R$  und der Kapazität pro cm  $C$  ist. Nach H. G. Möller, Schwingungsaufgaben, Seite 114, ist:

$$\mathfrak{R} = \sqrt{\frac{L}{C}} \mathfrak{Tg} \gamma l; \quad \gamma = i \omega \sqrt{LC} + \frac{1}{2} R \sqrt{\frac{L}{C}}$$

Für kleine  $l$ -Werte kann man für den  $\mathfrak{Tg}$  den Winkel einsetzen und erhält dann angenähert:

$$\mathfrak{R} = i \omega L l + \frac{R}{2} l$$

Für  $D e^{i \varphi}$  erhält man

$$1 + \frac{1}{i \omega C [i \omega L l + R l]}$$

$n$	$\omega_n$	$\delta \omega_n$	$\delta \omega_n$	$\varphi$	Imag. Teil von $D$
0	$\omega_1$	$\delta \omega_0$	$\delta \omega_0$	$\pi \frac{\delta \omega}{\omega_1}$	$D_0 \pi \delta \omega_0 / \omega_1$
1	$\omega_1 (1 + \Delta)$	$\frac{\omega_1 + \omega_1 \Delta - \omega}{\delta \omega_0 + \omega_1 \Delta}$	$\delta \omega_0 + \omega_1 \Delta / 2$	$2 \pi \left( \frac{\delta \omega}{\omega_1} + \frac{\Delta}{2} \right)$	$2 D_0 (1 - \Delta) \pi \left( \frac{\delta \omega_0}{\omega_1} + \frac{\Delta}{2} \right) \beta$
2	$\omega_1 (1 + 2 \Delta)$	$\frac{\omega_1 + 2 \omega_1 \Delta - \omega}{\delta \omega_0 + 2 \omega_1 \Delta}$	$\delta \omega_0 + 2 \omega_1 \Delta / 2$	$3 \pi \left( \frac{\delta \omega}{\omega_1} + 2 \frac{\Delta}{2} \right)$	$3 D_0 (1 - 2 \Delta) \pi \left( \frac{\delta \omega_0}{\omega_1} + 2 \frac{\Delta}{2} \right) \beta^2$
$n$	$\omega_1 (1 + n \Delta)$	$\frac{\omega_1 + n \omega_1 \Delta - \omega}{\delta \omega_0 + n \omega_1 \Delta}$	$\delta \omega_0 + n \omega_1 \Delta / 2$	$(n + 1) \pi \left( \frac{\delta \omega}{\omega_1} + \frac{n \Delta}{2} \right)$	$(n + 1) D_0 (1 - n \Delta) \pi \left( \frac{\delta \omega_0}{\omega_1} + \frac{n \Delta}{2} \right) \beta^n$

Diese Endformel zeigt:

1. Die Frequenz sinkt mit der Wirkkomponente der Wechselspannung an der Röhre, welcher das  $\Delta$  in der Formel proportional ist.

2. Die Frequenz sinkt mit wachsender Gitterdurchlässigkeit  $\beta$ . Es war das zu erwarten, weil dann auch höhere Teilwellen mit kürzerer Wellenlänge noch mit ihrer vollen Dichte an der Erregung teilnehmen. Für  $\beta = 0$  ist auch  $\delta \omega_0 = 0$ . Auch das ist zu erwarten, da dann alle höheren Teilwellen mit kürzerer Wellenlänge vom Gitter absorbiert sind.

C. Abhängigkeit der Frequenz von der Abstimmung des Lechersystems.

Wir betrachten den Einfluß des Lechersystems wieder allein. Nachdem wir die Abhängigkeit der Frequenz von der Phasenverschiebung einmal berechnet haben, kommt es jetzt nur dar-

und für  $\varphi$ :

$$\text{tg } \varphi = \frac{\pi \delta \omega}{\omega} = \frac{L}{C} \frac{-R / \omega C}{(l/l_0 - 1) + R^2 l} = \omega L (1 - l/l_0)'$$

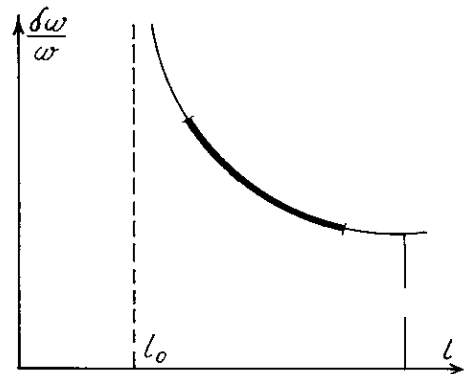


Abb. 6.

wobei  $l_0$  die Resonanzlänge bedeutet:

$$l_0 = \frac{1}{\omega^2 C L}$$



Ist  $l$  kleiner als der Resonanzwert  $l_0$ , so wird  $D$  negativ: Schwingungen können, wenigstens bei Phasenerregung, nicht einsetzen. Ist  $l$  größer als der Resonanzwert  $l_0$ , so wird  $\varphi$  negativ. Die sich einstellende Frequenz  $\omega = \omega_0$ ,  $\delta\omega$  ist dann höher als die Eigenfrequenz der Elektronen. Trägt man  $\frac{\delta\omega}{\omega}$  graphisch auf, so erhält man Abb. 6. Durch Messungen wurde von verschiedenen

Forschern das dick ausgezogene Stück der Kurve bestätigt.

Eine quantitative experimentelle Prüfung der in dieser Arbeit vorgetragenen Anschauungen wird zur Zeit im Hamburger Institut für angewandte Physik durchgeführt. Der Heinrich-Hertz-Gesellschaft, welche diese Versuche unterstützt, sei der verbindlichste Dank ausgesprochen.

(Eingegangen am 10. Juli 1930.)

## Das Gitterdynatron.

(Mitteilung aus dem Institut für Schwachstromtechnik der Technischen Hochschule zu Dresden.)

Von Yoji Ito, Chibaken.

### Einleitung.

In der Dynatronschaltung wird ein Schwingungskreis in den Anodenkreis gelegt, und zur Schwingungserzeugung der negative Widerstand ausgenutzt, der durch die Sekundäremission bei hoher positiver Gitterspannung im Anodenkreis

entsteht<sup>1)</sup>. Dieses Dynatron (Abb. 1) werde „Anodendynatron“ genannt. Gleichermassen kann aber auch der negative Widerstand, der durch die Sekundäremission bei hoher positiver Anodenspannung im Gitterkreis entsteht, ausgenutzt

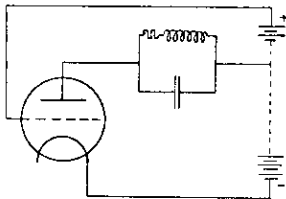


Abb. 1. Anodendynatron.

werden, wenn man einen Schwingungskreis an das Gitter schaltet (Abb. 2). Dieses werde entsprechend „Gitterdynatron“ genannt. Da die

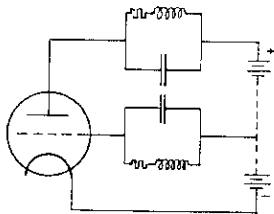


Abb. 2. Gitterdynatron.

gitterspannung eines Gitterdynatrons den Anodenstrom stark steuert, wenn das Rohr im Gebiete der Raumladung arbeitet, wird die Schwin-

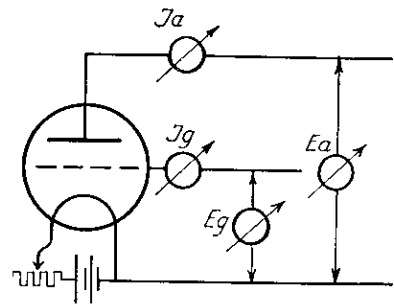


Abb. 3. Eingitter-Dynatron.

gung im Gitterkreise in den Anodenkreis übermittelt. Zur Hervorhebung dieser Schwingung wird in den Anodenkreis auch noch ein Schwin-

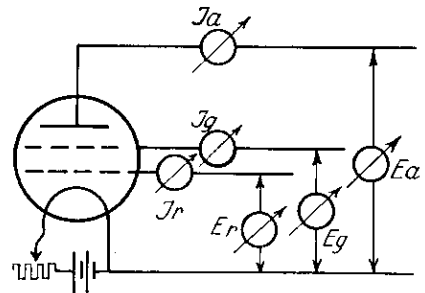


Abb. 4. Doppelgitter-Dynatron.

gungskreis eingeschaltet. Die Frequenz wird vornehmlich durch die Konstanten des Gitterschwingungskreises bestimmt und nur wenig durch den Anodenkreis beeinflusst. Man besitzt also im Gitterdynatron einen Wechselstromgenerator, dessen Frequenz sich bei

<sup>1)</sup> W. Hull: Das Dynatron. Jahrb. drahtl. Tel. **14**, S. 47 1919.